# Теоретичні відомості

Обернену матрицю можна представити наступним чином:

|  |
| --- |
| (2.1) |

де:

, ,

Тоді якщо , то обернена матриця B (2.1) існує та вона єдина. Якщо матриця оборотна, то обернену матрицю можна знайти одним із наступних методів.

## Метод Жордана-Гауса:

Сутність методу Жордана-Гауса полягає в наступному: вихідну матрицю треба доповнити одиничною матрицею:

,

далі необхідно звести вихідну матрицю до східчастого вигляду за такими формулами, виконуючи ті самі дії з доповненням матриці:

*,*

*,*

(за умови, що )

Таким чином ми отримали наступну матрицю:

Далі необхідно провести зворотній хід Гауса за такими формулами:

(за умови, що )

Результатом цього алгоритму отримано таку матрицю:

Причому доповнення матриці – це і є обернена матриця.

Алгоритмічна складність методу Жордана-Гауса O(n3).

## Метод LUP-декомпозиції:

Сутність цього методу полягає в декомпозиції матриці. Результатом LUP-розкладу є рівність P\*A=L\*U. Таким чином, B = L-1 \* U-1 \* P.

Алгоритм складається з декількох етапів. Перший – ініціалізація. На цьому кроці створюються матриці L, U і масив перестановок P. В матрицю U копіюються елементи матриці A, L і U залишаються порожніми.

Наступним етапом є отримання матриць L та U, а також масиву перестановок P. На кожному кроці ітерації знаходиться опорний елемент (pivot) – це найбільший за значенням в стовпці елемент, рядок опорного елемента стає опорним рядком (pivotRow). Якщо опорний елемент не знаходиться на діагоналі поточного стовпця, змінюємо рядки у матриці U та відповідні елементи у масиві P для забезпечення знаходження провідного елемента на діагоналі. Робимо те саме для матриці L, щоб зберегти відповідну перестановку. Після цього застосовуємо операцію елімінації Гауса до поточного стовпця матриці U, щоб звести елементи нижче провідного елемента до 0. Результат цієї операції записується у матрицю L. Таку послідовність дій повторюємо для кожного стовпця матриці A.

Після завершення таких ітерацій ми отримуємо матрицю U, яка є верхньотрикутною матрицею, матрицю L, яка є нижньотрикутною матрицею, та масив перестановок P. Тепер ми можемо використовувати ці матриці для обернення матриці.

Щоб обернути матрицю A, ми вирішуємо СЛАР P\*L\*U\*X=I, де I – одинична матриця. Ми починаємо з розв'язання системи L\*Y=P^-1\*I методом прямого ходу для нижньотрикутних матриць, а потім вирішуємо систему U\*X=Y методом зворотного ходу для верхньотрикутних матриць. Отримане рішення X і буде оберненою матрицею B.